
 <b>CEU</b> Universidad Cardenal Herrera	<b>Mecánica de suelos y cimentaciones especiales</b>	<b>Pág. 1 de 11</b>
	<b>Dimensionamiento de zapata flexible</b>	<b>Marzo 2012</b>
<b>Referencias</b>	<b>Cálculos/ Resultados</b>	
	<p><b><u>Enunciado del problema:</u></b></p> <p>Se quiere dimensionar una zapata cuadrada en la que las acciones transmitidas por un pilar también cuadrado (de sección 0,40x0,40 m<sup>2</sup>) son las siguientes:</p> <p>Acciones permanentes:</p> <p style="text-align: right;">Axil acciones permanentes, <math>N_g = 1100kN</math></p> <p style="text-align: right;">Momento acciones permanentes, <math>M_g = 300kNm</math></p> <p style="text-align: right;">Cortante acciones permanentes, <math>V_g = 80kNm</math></p> <p>Acciones variables:</p> <p style="text-align: right;">Axil acciones variables, <math>N_q = 400kN</math></p> <p style="text-align: right;">Momento acciones variables, <math>M_q = 80kNm</math></p> <p style="text-align: right;">Cortante acciones variables, <math>V_q = 70kNm</math></p> <p>Dimensiones del pilar:</p> <p style="text-align: right;">Cuadrado, lado, <math>a = 0,40m</math></p> <p>El estudio geotécnico indica que deberá emplearse la siguiente tensión admisible del terreno:</p> <p style="text-align: right;">Tensión admisible, <math>\sigma_{adm} = 220kPa</math></p> <hr/> <p><b><u>Materiales y coeficientes de seguridad</u></b></p> <p><b><u>Acero B 500 SD</u></b></p> <p>EHE/08 Art.15.3</p> <p style="text-align: right;">Límite elástico característico, <math>f_{yk} = 500MPa</math></p> <p style="text-align: right;">Coeficiente minoración resistencia, <math>\gamma_s = 1,15</math></p> <p style="text-align: right;">Límite elástico de cálculo, <math>f_{yd} = 435MPa</math></p> <p style="text-align: right;">Módulo de deformación, <math>E_s = 2 \cdot 10^5 MPa</math></p> <p><b><u>Hormigón zapata y pilar HA-25/B/20/IIa</u></b></p> <p>EHE/08 Art.15.3 Art.10.2</p> <p style="text-align: right;">Resistencia a compresión característica, <math>f_{ck} = 25MPa</math></p> <p style="text-align: right;">Coeficiente minoración resistencia, <math>\gamma_c = 1,50</math></p> <p style="text-align: right;">Resistencia a compresión de cálculo, <math>f_{cd} = 16,7MPa</math></p> <p style="text-align: right;">Peso específico hormigón, <math>\rho_c = 25kN / m^3</math></p> <p><b><u>Coeficiente mayoración ponderado</u></b></p> <p>Si para obtener los esfuerzos de diseño (necesarios para armar la zapata), se multiplicasen las acciones características con los coeficientes de mayoración correspondientes, se podrían obtener resultados sin sentido (por ejemplo que se transmita al terreno una tensión mayor que la que puede soportar).</p>	

	Mecánica de suelos y cimentaciones especiales	Pág. 2 de 11
	Dimensionamiento de zapata flexible	Marzo 2012
Referencias	Cálculos/ Resultados	

CTE SE  
Tabla 4.1

Por esa razón, se opta por obtener los esfuerzos a partir de las acciones características (sin mayorar) y a estos valores aplicarles un coeficiente de mayoración de acciones ponderado determinado como a continuación se indica.

Coeficiente mayoración acciones permanentes,  $\gamma_g = 1,35$

Coeficiente mayoración acciones variables,  $\gamma_q = 1,50$

Coeficiente de mayoración ponderado

$$\gamma_d = \frac{\gamma_g \cdot N_g + \gamma_q \cdot N_q}{N_g + N_q} = \frac{1,35 \cdot 1100 + 1,50 \cdot 400}{1500} = 1,39$$

### Estabilidad y tensiones transmitidas al terreno

Axil característico transmitido por el pilar

$$N = N_g + N_q = 1100kN + 400kN = 1500kN$$

Momento característico transmitido por el pilar

$$M = M_g + M_q = 300kNm + 80kNm = 380kNm$$

Cortante característico transmitido por el pilar

$$V = V_g + V_q = 80kN + 70kN = 150kN$$

Para comenzar a tantear, se supone un canto de 0,60 m y se emplea la siguiente expresión:

$$\frac{N}{A^2} + h \cdot \rho_c \leq \sigma_{adm}$$

$$A \geq \sqrt{\frac{1500kN}{220kPa - 0,6m \cdot 25 \frac{kN}{m^3}}} = 2,70m$$


Por lo que redondeando el valor de A al alza, se comienza el tanteo, con una zapata de las siguientes dimensiones<sup>1</sup>:

Largo,  $A = 3,10m$

Ancho,  $B = 3,10m$

Canto,  $h = 0,60m$

<sup>1</sup> Como el alumno puede imaginarse, el problema se ha resuelto antes de redactarlo. Por lo que de una manera algo tramposa, se han dado en el primer tanteo las dimensiones correctas (tal y como se verá en el desarrollo del ejercicio) para evitar los inevitables tanteos. Lo que ha de servir al alumno para valorar las bondades de emplear herramientas electrónicas que automaticen los cálculos.

	Mecánica de suelos y cimentaciones especiales	Pág. 3 de 11
	Dimensionamiento de zapata flexible	Marzo 2012
Referencias	Cálculos/ Resultados	

EHE/08  
Art.58.2.1

Vuelo máximo,  $v_{\max}$ ,

$$v_{\max} = A/2 - a/2 = 3,1/2 - 0,40/2 = 1,35m$$

$$2 \cdot h = 2 \cdot 0,60m = 1,20m$$

Como,  $v_{\max} > 2h$ ,

### Zapata flexible

Para economizar hormigón, interesa que la zapata sea flexible

Peso de la zapata,  $W_{zapata}$ ,

$$W_{zapata} = A \cdot B \cdot h \cdot \gamma_c = (3,1 \cdot 3,1 \cdot 1,0,6m^3) \cdot 25 \frac{kN}{m^3} = 144kN$$

Acciones transmitidas al terreno,

$$N_t = N + W_{zapata} = 1500kN + 144kN = 1644kN$$

$$M_t = M + V \cdot h = 380kNm + 120kN \cdot 0,6m = 470kNm$$

Excentricidad del axil,

$$e = \frac{M_t}{N_t} = \frac{470kN \cdot m}{1644kN} = 0,29m$$

Excentricidad mínima que produce despegue,

$$e_{despegue} = \frac{A}{6} = 0,52m > e$$

**No despega**

Excentricidad mínima que produce vuelco con factor de seguridad  $FS_{vuelco} = 1,50$

$$e_{vuelco} = \frac{1}{3} A = 1,03m > e$$

**No vuelca**

Como era de prever, la zapata al no despegar tampoco no vuelca.

Las tensiones transmitidas al terreno (máxima, media y mínima respectivamente):

$$\sigma_{\max} = \frac{N_t}{A \cdot B} + \frac{e \cdot N_t}{\frac{1}{12} A^3 \cdot B} \left( \frac{1}{2} A \right) = N_t \left( \frac{1}{A \cdot B} + \frac{6 \cdot e}{A^2 \cdot B} \right) = 266kPa \leq 1,25 \cdot \sigma_{adm} = 275kPa$$

$$\sigma_{med} = \frac{N_t}{A \cdot B} = 171kPa \leq \sigma_{adm} = 220kPa$$

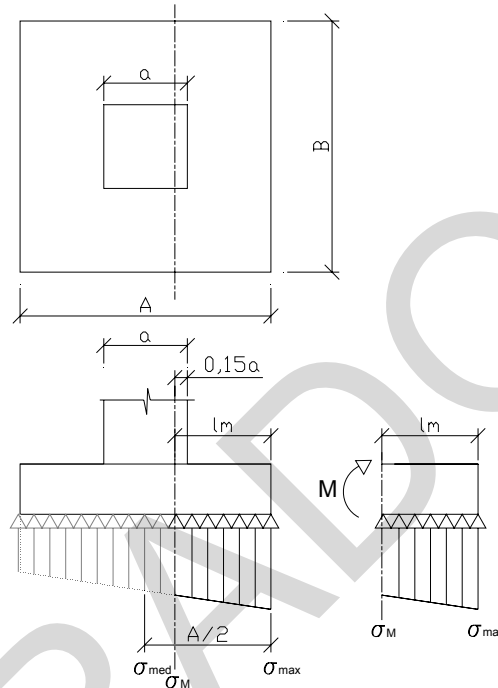
$$\sigma_{\min} = N_t \left( \frac{1}{A \cdot B} - \frac{6 \cdot e}{A^2 \cdot B} \right) = 76kPa > 0$$

**Cumple hundimiento**

**Armado longitudinal (paralelo a la dimensión A)**

Flexión en sentido longitudinal

Sección de referencia:



EHE/08  
Art.58.4.2.1.1

Longitud,  $l_M$ ,

$$l_M = \frac{A}{2} - 0,35 \cdot a = \frac{3,1}{2} - 0,35 \cdot 0,40 = 1,41m$$

La tensión en el terreno bajo la sección de referencia,  $\sigma_M$ , se obtiene por semejanza de triángulos

$$\frac{\sigma_{\max} - \sigma_{\text{med}}}{A/2} = \frac{\sigma_{\max} - \sigma_M}{l_M}$$

$$\sigma_M = \sigma_{\max} - \frac{\sigma_{\max} - \sigma_{\text{med}}}{A/2} l_M = 266 - \frac{266 - 171}{1,55} 1,41 = 180kPa$$

Tensión sobre el terreno debido al peso propio de la zapata,  $\sigma_p$ ,

$$\sigma_p = h \cdot \rho_s = 0,6m \cdot 25 \frac{kN}{m^3} = 15kPa$$

Momento por metro de sección de referencia, M

$$M = \left( \sigma_M \frac{l_M^2}{2} + (\sigma_{\max} - \sigma_M) \frac{l_M^2}{3} - \sigma_p \frac{l_M^2}{2} \right) = \left( \frac{\sigma_M - \sigma_p}{2} + \frac{\sigma_{\max} - \sigma_M}{3} \right) l_M^2$$

$$= \left( \frac{180 - 15}{2} + \frac{266 - 190}{3} \right) \cdot 1,41^2 = 221kN \cdot m / m$$

Momento mayorado,  $M_d$

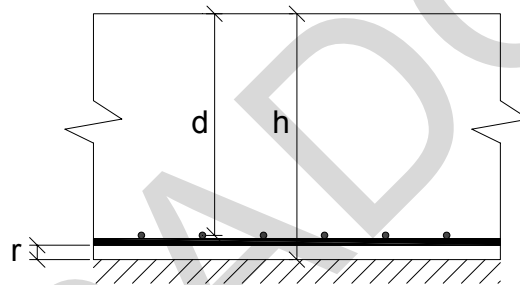
$$M_d = M \cdot \gamma_d = 221,39 = 307 \text{ kN}\cdot\text{m} / \text{m}$$

Teniendo en cuenta que se la clase de exposición es IIa, se considera que el nivel de control de ejecución no va a ser intenso y que se va a disponer hormigón de limpieza (por lo que la zapata no apoyará directamente sobre el terreno) el recubrimiento a considerar:

$$r = r_{\min} + \Delta r = 25 \text{ mm} + 10 \text{ mm} = 35 \text{ mm}$$

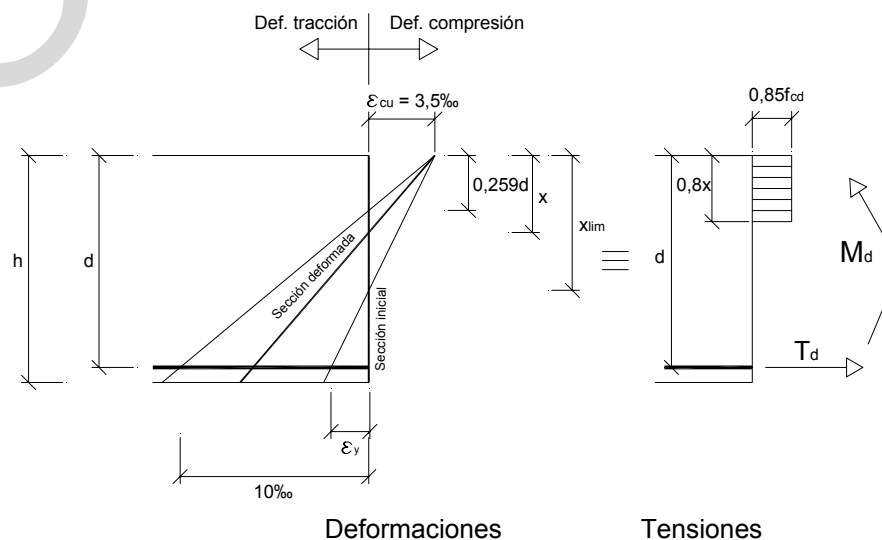
Canto útil,  $d$

$$d = h - \left( r + \phi + \frac{\phi}{2} \right) = 600 - \left( 35 + 16 + \frac{16}{2} \right) = 540 \text{ mm} = 0,54 \text{ m}$$




Tal y como se observa en la siguiente figura, para asegurar que la armadura plastifique (de manera que se asegura un comportamiento ductil) la profundidad de la fibra neutra,  $x$ , no puede ser mayor que  $x_{\lim}$ , que se define como:

$$x_{\lim} = \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cu} + \varepsilon_y} d = \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cu} + \frac{f_{yd}}{E_s}} d = \frac{0,0035}{0,0035 + \frac{435 \text{ MPa}}{2 \cdot 10^5 \text{ MPa}}} 54 \text{ cm} = 0,61854 \text{ cm} = 33,3 \text{ cm}$$



EHE/08  
Art.42.1.2

	Mecánica de suelos y cimentaciones especiales	Pág. 6 de 11
	Dimensionamiento de zapata flexible	Marzo 2012
Referencias	Cálculos/ Resultados	

Resolviendo este sistema, se obtiene la cuantía de armadura longitudinal por metro de sección transversal (por esa razón no se multiplican las siguientes expresiones por el ancho B),  $A_s$ ,

$$M_d = (0,85 \cdot f_{cd} \cdot 0,8x)(d - 0,4x)$$

$$T = A_s \cdot f_{yd} = 0,85 \cdot f_{cd} \cdot 0,8x$$

Sustituyendo valores:

$$307 = (0,85 \cdot 16700 \cdot 0,8x)(0,54 - 0,4x) = 6131,33x - 4533,33x^2$$

$$4533,33x^2 - 6131,33x + 307 = 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{6131,33 \pm \sqrt{6131,33^2 - 4 \cdot 4533,33 \cdot 307}}{2 \cdot 4533,33}$$

$$x_1 = 130 \text{ cm}$$

$$x_2 = 5,20 \text{ cm}$$

Como  $x_1 > h$  y  $0 < x_2 \leq x_{lim}$  adoptamos la solución  $x_2$

$$x = 5,20 \text{ cm}$$

Si se hubiese dado el caso que  $x_1 > h$  y  $x_{lim} > x_2$ , ninguna de las soluciones tendría sentido porque i) la profundidad de la fibra neutra no puede superar el canto de la zapata y ii) porque si la profundidad de la fibra neutra es superior a  $x_{lim}$  la armadura no plastifica. En esos casos significa que la zapata va corta de canto y hay que aumentarlo.

Por lo que la cuantía de armadura longitudinal será:

$$A_s = \frac{0,85 \cdot f_{cd} \cdot 0,8x}{f_{yd}} = \frac{0,85 \cdot 16700 \cdot 0,8 \cdot 0,0520}{435} = 13,57 \text{ cm}^2 / \text{m}$$

Cuantía mínima geométrica,  $A_{s, \text{min geo}}$

La actual EHE/08 permite que la cuantía geométrica mínima sea de  $0,9 \cdot 10^{-3} \cdot A_c$ , sin embargo a juicio de los autores de este ejercicio para zapatas aisladas es más adecuado mantener la limitación anterior, es decir  $1,8 \cdot 10^{-3} \cdot A_c$ , siendo  $A_c$  el área bruta sección hormigón,

$$A_c = 1 \text{ m} \cdot 0,6 \text{ m} = 0,6 \text{ m}^2 = 600 \text{ cm}^2 / \text{m}$$

$$A_{s, \text{min geo}} = 1,8 \cdot 10^{-3} \cdot A_c = 1,8 \cdot 10^{-3} \cdot 100 \cdot 60 = 10,8 \text{ cm}^2 / \text{m}$$

Cuantía mínima mecánica,  $A_{s, \text{min mec}}$

$$A_{s, \text{min mec}} = 0,04 \cdot A_c \cdot \frac{f_{cd}}{f_{yd}} = 0,04 \cdot 100 \cdot 60 \cdot \frac{16,67}{443,48} = 9,20 \text{ cm}^2 / \text{m}$$

EHE/08 Tabla  
42.3.5

EHE/08  
Art.42.3.2

Como  $A_s \geq A_{s,min\ geo}$  y  $A_s \geq A_{s,min\ mec}$  se adopta  $A_s$  como armado.

$$A_s = 13,57 \frac{cm^2}{m}$$

El armado longitudinal se resolverá con  $\varnothing 16$ , por lo que el número de redondos a emplear será:

$$n = \frac{A_s}{\frac{\pi \cdot \phi^2}{4}} = \frac{13,57 \frac{cm^2}{m}}{\frac{\pi \cdot 1,6^2}{4} \frac{cm^2}{barra}} = 6,75 \frac{barras}{m}$$

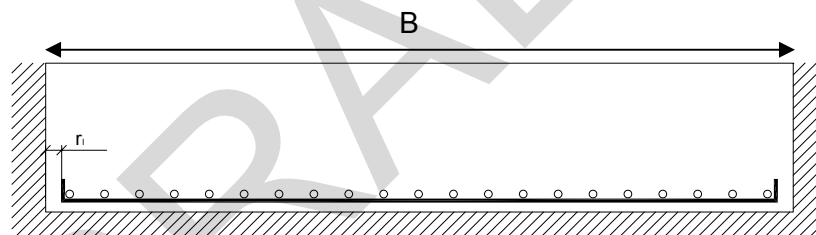
Por lo que se tendrán que espaciar las barras

$$e_{barras} = 100 / 6,75 = 15cm$$

Para determinar el número de los redondos en la sección, se ha de tener en cuenta que como las paredes de la zapata se hormigonan contra el terreno, el recubrimiento,  $r_1$ , a considerar es,

$$r_1 = 70mm$$

EHE/08  
Art.37.2.4.1



Por lo que la distancia en la que hay que repartir las barras del armado será:

$$B - 2 \cdot r_1 - 3\phi = 3,1 - 2 \cdot 0,07 - 3 \cdot 0,016 = 2,912m$$

Por lo tanto los redondos se tendrán que espaciar:

$$n_{barras} = 2,912m \cdot 6,75 \frac{barras}{m} = 20 \text{ barras}$$

(se ha redondeado al entero inmediatamente superior)

Por lo tanto:

**ARMADO LONGITUDINAL:  $\varnothing 16$  cada 15 cm**  
**(20 $\varnothing 16$ )**

Cortante en sentido longitudinal

El cortante de de diseño se obtiene de la sección de referencia que se indica en la siguiente figura.

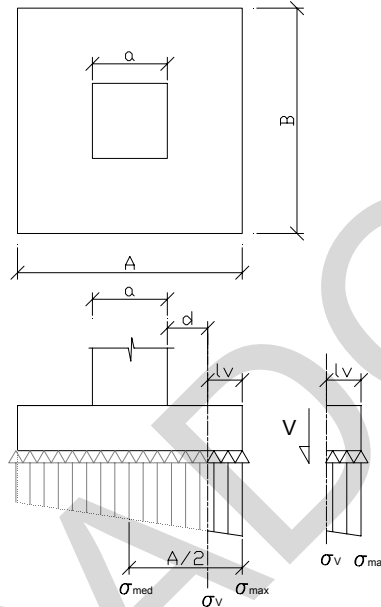
Longitud,  $l_v$

$$l_v = \frac{A}{2} - 0,5 \cdot a - d = \frac{3,1}{2} - 0,5 \cdot 0,40 - 0,54 = 0,81m$$

Tensión en el terreno bajo la sección de referencia,  $\sigma_V$ ,

EHE/08  
Art.58.4.2.1.1

$$\sigma_V = \sigma_{\max} - \frac{\sigma_{\max} - \sigma_{\text{med}}}{A/2} l_M = 266 - \frac{266 - 171}{1,55} 0,81 = 216 \text{ kPa}$$



Cortante en sección de referencia,  $V$

$$V = (\sigma_V - \sigma_p) l_V + (\sigma_{\max} - \sigma_V) \frac{l_V}{2} = (216 - 15) 0,81 + (266 - 216) \frac{0,81}{2} = 182,9 \text{ kN}$$

Cortante mayorado,  $V_d$

$$V_d = V \cdot \gamma_d = 182,9 \cdot 1,39 = 254,2 \text{ kN}$$

EHE/08  
Art.44.2.3.2.1.2

Comprobación necesidad armadura cortante

Si  $V_d < V_{u2}$  o  $V_d < V_{u2_{\min}}$ , no es necesaria la armadura a cortante, siendo,

$$V_{u2} = \left[ \frac{0,18}{\gamma_c} \xi (100 \rho_1 \cdot f_{cv})^{1/3} \right] \cdot d$$

$$V_{u2_{\min}} = \left[ \frac{0,075}{\gamma_c} \xi^{3/2} \cdot f_{cv}^{1/2} \right] \cdot d$$

$$\xi = \left( 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \right) = \left( 1 + \sqrt{\frac{200}{540}} \right) = 1,608$$

$$A_s = \frac{20 \cdot 4 \cdot 1,6^2}{4 \cdot 2,912} = 13,81 \text{ cm}^2 / \text{m}$$

$$\rho_1 = \frac{A_s}{d} = \frac{13,81}{100 \cdot 54} = 2,553 \cdot 10^{-3}$$

$$f_{cv} = 25 \text{ MPa}$$



$$V_{u2} = \left[ \frac{0,18}{1,5} 1,608 \cdot (100 \cdot 2,553 \cdot 10^{-3} \cdot 25)^{1/3} \right] \cdot 0,54 = 0,120 MN = 120 kN$$

$$V_{u2_{min}} = \left[ \frac{0,075}{1,5} 1,608^{3/2} \cdot 25^{1/2} \right] \cdot 0,54 = 0,276 MN = 276 kN$$

Como  $V_d < V_{u2_{min}}$

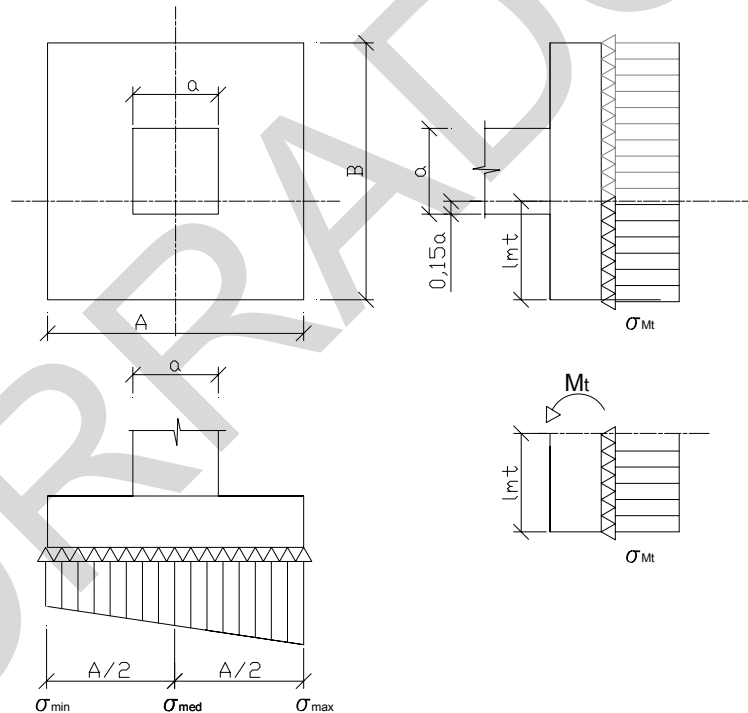
**No necesita armadura de cortante**

**Armado transversal (paralelo a dimensión B)**

Flexión en sentido transversal

Sección de referencia:

EHE/08  
Art.58.4.2.1.1



Longitud,  $l_{Mt}$ ,


$$l_{Mt} = \frac{B}{2} - 0,35 \cdot a = \frac{3,1}{2} - 0,35 \cdot 0,40 = 1,41 m$$

Tensión en el terreno bajo la sección de referencia,  $\sigma_{Mt}$ ,

$$\sigma_{Mt} = \sigma_{med} = 171 kPa$$

Tensión sobre el terreno debido al peso propio de la zapata,  $\sigma_p$ ,

$$\sigma_p = h \cdot \rho_s = 0,6 m \cdot 25 \frac{kN}{m^3} = 15 kPa$$

	Mecánica de suelos y cimentaciones especiales	Pág. 10 de 11
	Dimensionamiento de zapata flexible	Marzo 2012
Referencias	Cálculos/ Resultados	

Momento característico en sección de referencia,  $M_t$

$$M_t = (\sigma_{M_t} - \sigma_p) \frac{l_M^2}{2} A = (171 - 15) \cdot \frac{1,41^2}{2} \cdot 3,1 = 481 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

Momento mayorado,  $M_d$

$$M_{td} = M_t \cdot \gamma_d = 481 \cdot 1,39 = 668,6 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

**ATENCIÓN:** para facilitar la comprensión de cómo se determinan las acciones que actúa en la sección transversal, se ha calculado el momento que actúa sobre todo el ancho A de la zapata (a diferencia de en el caso anterior que se daban los esfuerzos por metro lineal de sección).

Resolviendo el siguiente sistema, se obtiene la cuantía de armadura transversal,  $A_{st}$ ,

$$M_{td} = (0,85 \cdot f_{cd} \cdot 0,8x \cdot A)(d - 0,4x)$$

$$T = A_{st} \cdot f_{yd} = 0,85 \cdot f_{cd} \cdot 0,8x \cdot A$$

Sustituyendo valores:

$$668,6 = (0,85 \cdot 16700 \cdot 0,8x \cdot 3,1)(0,54 - 0,4x) = 19007,1x - 14053,3x^2$$

$$14053,3x^2 - 19007,1x + 668,6 = 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{19007,1 \pm \sqrt{19007,1^2 - 4 \cdot 14053,3 \cdot 668,6}}{2 \cdot 14053,3}$$

$$x_1 = 1,316 \text{ m}$$

$$x_2 = 0,036 \text{ m}$$

Como  $0 < x_2 \leq x_{lim}$  adoptamos la solución  $x_2$

$$x = 0,036 \text{ m}$$

Por lo que la cuantía de armadura transversal será:

$$A_{st} = \frac{0,85 \cdot f_{cd} \cdot 0,8x \cdot A}{f_{yd}} = \frac{0,85 \cdot 16700 \cdot 0,8 \cdot 0,036 \cdot 3,1}{435} = 29,2 \text{ cm}^2$$

$$A_{s, \min \text{ geo}} = 1,8 \cdot 10^{-3} \cdot A_c = 1,8 \cdot 10^{-3} \cdot 310 \cdot 60 = 33,5 \text{ cm}^2$$

EHE/08

Art.42.3.5

(véase pág. 6)


Como  $A_{st} \leq A_{s, \min \text{ geo}}$ , se adopta un armado por mínimo geométrico

$$A_{st} = 33,5 \text{ cm}^2$$

El armado transversal se resolverá con  $\emptyset 16$  como el longitudinal, por lo que el número de redondos a emplear será:

$$n = \frac{A_{st}}{\frac{\pi \cdot \phi^2}{4}} = \frac{33,5 \text{ cm}^2}{\frac{\pi \cdot 1,6^2}{4} \frac{\text{cm}^2}{\text{barra}}} = 17 \text{ barras}$$

(se ha redondeado al entero inmediatamente superior).

	Mecánica de suelos y cimentaciones especiales	Pág. 11 de 11
	Dimensionamiento de zapata flexible	Marzo 2012
Referencias	Cálculos/ Resultados	

Por lo tanto los redondos se tendrán que repartir entre n-1 huecos, espaciándose:

$$2,812m / (17 - 1) = 17cm$$

Por lo tanto,

**ARMADO LONGITUDINAL: Ø16 cada 17 cm**  
**(17Ø16)**

Cortante en sentido transversal

Como se puede deducir fácilmente de la figura anterior, el cortante en la dirección transversal será menor que el calculado en la dirección longitudinal. Por esa razón **CUMPLE A CORTANTE.**